

AUTOMOBILIO PAVARŲ DĖŽĖS CILINDRINIŲ TIESIAKRUMPLIŲ KRUMPLIARAČIŲ KRUMPLIŲ KONTAKTINĖS SĄVEIKOS TYRIMAS

Viktor Skrickij

Vilniaus Gedimino technikos universitetas

El. paštas: viktor.skrickij@vgtu.lt

Santrauka. Straipsnyje nagrinėjama automobilio pavarų dėžės dviejų krumpliaračių krumplių kontaktinė sąveika. Nustatytas kontaktinis standumas nuo krumplių sukabinimo pradžios iki sukabinimo pabaigos. Taip pat nustatyti kontaktiniai įtempiai kontakto vietoje. Pateikta skaičiavimo metodika gali būti taikoma projektuojant tiesiakrumplės cilindrinės pavaras.

Reikšminiai žodžiai: pavarų dėžė, tiesiakrumplė cilindrinė pavara, kontaktas, modelis, kontaktinis standumas, kontaktiniai įtempiai.

Įvadas

Nagrinėjant kūnų sistemą, veikiančios jėgos projektuojamos į vieną tašką ar į liniją (išskirstytoji apkrova). Šitaip tiriamas vidinių įtempimų būvis, tačiau neaišku, kas darosi kūno paviršiuje. Realiai kūną veikia kitas kūnas ir jėga, perduodama ne per tašką, o per tam tikrą plotą. Jeigu sąveikos plotas mažas, o perduodama jėga didelė, tada plastiškai deformuojami kūnų paviršiai ir detalės, tarp kurių vyksta kontaktas, ir jie tampa netinkami naudoti. Norint ištirti šią sąveiką sprendžiamas kontaktų tyrimo uždavinys. Jį išsprendus galima nustatyti paviršiaus kontaktinius įtempimus, kontakto plotą, sistemos kontaktinį standumą kontakto vietoje.

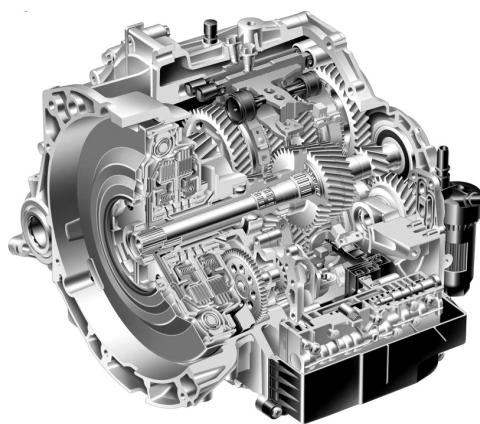
Kontaktas domino mokslininkus nuo senų laikų, tačiau šitą uždavinį išsprendė Hercas (Hertz) (1896). Dirbdamas Berlyno universiteto laboratorijoje Hercas tyrė stiklinių linzių optinę interferenciją. Buvo pastebėta, kad kontakto sritis yra elipsės formos. Hercas parašė darbą „Apie tamprųjų kūnų kontaktą“, tapusį klasikiniu, kuriuo remiantis plėtojama kontaktinės sąveikos teorija ir dabar. Nagrinėtas dviejų rutulių pavyzdys. Pagrindinės Herco padarytos prielaidos:

1. Neįvertinta trintis tarp kūnų.
2. Mažos deformacijos.
3. Kūnų paviršiai lygūs (neįvertintas šiurkštumas) ir nesuderinti, t. y. $a \ll R_i$.
4. Kontaktuojantys kūnai tamprūs, kontakto zona yra labai maža lyginant su kreivumo spinduliu $a \ll R_i$ ir kontakto paviršiaus pločiu $a \ll l$.

Vėliau kontaktinis uždavinys buvo išplėstas, įvertinant trinties įtaką, adheziją (Johnson 1985). Buvo paskelbti darbai, skirti krumpliaratinių mechanizmų kontaktinei

problemai spręsti: (Atanasiu 2000), (Pimsarn 2002), (Yang 1985), (Merritt 1935) ir kt.

Krumpliaratinės pavaros yra plačiai paplitusios transporto srityje. Jos naudojamos oro, geležinkelių, kelių transporte. Negalima įsivaizduoti šiuolaikinio automobilio, sunkvežimio ar statybinės technikos be skirstymo mechanizmų ir pavarų dėžių (1 pav.), kuriais perduodamas sukimo momentas, sukimosi greitis ir kryptis. Krumpliaračių veikimo sąlygos yra labai sunkios, jie apkrauti sukimo momentu, taip pat juos veikia dinaminės apkrovos, atsirandančios dėl pasipriešinimo momento.



1 pav. Pavarų dėžė

Fig. 1. Gear box

Parašyta daugybė mokslinių darbų, skirtų krumpliaratiniams perdavoms tirti. Negalima nepaminėti M. Utagawa (1958) darbo, skirto dinaminėms apkrovoms nustatyti. Darbe naudojamas laike kintamas standumas, pateiktos lygtys dinaminėms apkrovoms

skaičiuoti, visi teoriniai skaičiavimai patikrinti praktiniu eksperimentu. Matematiniai modeliai yra nuolat tobulinami ir kuriami nauji, tiriamos kelių pakopų pavaros. T. Fakhfakho ir kt. (2005) darbe taikomas matematinis modelis, kuriame aprašoma dviejų laipsnių pavana, standumas aprašytas laiptuota funkcija. G. Litako ir M. Friswellio (2005) darbe nagrinėjami tokie krumpliaračių defektai: krumplių lūžimai, žingsnių paklaidos, tam taikant chaoso teoriją. G. J. Cheono (2007) darbe pateiktas dviejų laipsnių pavaros matematinis modelis, standumui aprašyti taikyta Furjė eilutė, įvertintas tarpelis tarp krumplių, apskaičiuotas slopinimo koeficientas. T. Kiekbuschas ir I. Howardas (2007) pateikė formules sukimosi standumui nustatyti esant vienai ir dviem porai sukabinimo vietoje. Laikoma, kad bendras sukabinimas susideda iš krumpliaračių pagrindų standumo, krumpliaračių krumplių standumo ir kontaktinio standumo tarp dviejų krumplių. L. Walha ir kt. (2009) darbe įvertintas guolių paslankumas ir tarpelis abiejose pavarose, standumo kitimas aprašomas laiptuota funkcija. V. K. Frolovas ir O. I. Kosarevas (2003) nagrinėja faktorius, turinčius įtakos virpamiesiems procesams, – tai sukabinimo standumas, jėgos, žingsnio paklaidos, profilio paklaidos. Įdomus S. Zouari ir kt. (2007) darbas, kuriame tiriamas įtrūkio įtaka sukabinimo standumui, keičiamas įtrūkio dydis, kryptis, skaičiavimai atliekami naudojant BEM. R. Maliha ir kt. (2004) pateikia modelį, kurį sudaro pavana, velenas, diskas, guolis, taip pat įvertintas ir tarpelis. S. He ir kt. (2008) darbe pateikti penki modeliai trinčiai aprašyti. Daug dėmesio skirta krumpliaratiinių pavarų kontaktiniams uždaviniais spręsti. Krumplių kontaktinio standumo nustatymo metodai pateikti V. Atanasiu (2008) ir I. Yang (1987) darbuose.

Kontaktų modeliavimas

I. Yang (1987) pasiūlė formulę kontaktiniam standumui krumpliaratinėje pavaroje apskaičiuoti:

$$\bar{K}_H = \frac{\pi \cdot E \cdot b \cdot 10^6}{4(1 - \nu^2)}, \quad (1)$$

čia E – tamprumo modulis; b – krumpliaračio plotis, mm; ν – Puasono koeficientas.

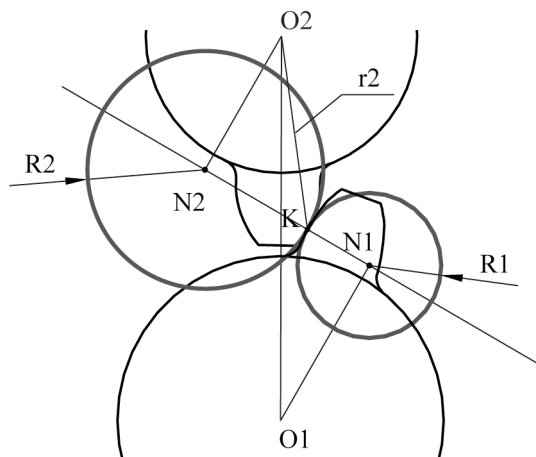
Taikant šią išraišką matyti, kad standumas išlieka pastovus per visą kontakto ilgį ir priklauso nuo krumpliaračio pločio, tamprumo modulio ir Puasono koeficiento.

Nagrinėjant tiesiakrumplių krumpliaračių kontaktą pasinaudojama evolventės savybe: evolventinių krumplių kreivumo spinduliai K taške lygūs cilindro spinduliams $N1K$, $N2K$ (2 pav.). Dviem cilindrais gaunamas kontaktas tam tikru laiko momentu, kitu laiko momentu

kontaktas modeliuojamas keičiant diskų spindulius. Naudojantis šia evolventės savybe, sukonstruota diskinė mašina (Merritt 1935), kuria buvo tiriamas krumpliaračių kontaktas tam tikru laiko momentu.

Sprendžiant šiuo būdu krumpliaračiai pakeičiami dviem cilindrais. Prireikus galima įvertinti ir trintį, tada du lygiagretūs cilindrai pakeičiami ekvivalentine sistema, kuri susideda iš riedančio cilindro ir plokštumos.

Toliau siūlomas metodas, kurį taikant galima apskaičiuoti kontaktinį standumą.



2 pav. Kontakto schema

Fig. 2. Contact scheme

Pusės kontakto dėmės plotis:

$$a^2 = \frac{4 \cdot P \cdot R}{\pi \cdot E^* \cdot b}, \quad (2)$$

čia P – jėga, tenkanti ilgio vienetui.

R – redukuotas spindulys:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}; \quad (3)$$

E^* – redukuotas tamprumo modulis:

$$E^* = \frac{1}{\left(\frac{1 - \nu_1^2}{E_1}\right) + \left(\frac{1 - \nu_2^2}{E_2}\right)}, \quad (4)$$

čia ν_1, ν_2 – pirmojo ir antrojo cilindro Puasono koeficientai; E_1, E_2 – pirmojo ir antrojo cilindro tamprumo moduliai.

Žinant šiuos parametrus galima nustatyti kontaktinį standumą (3 pav.):

$$\delta = R_1 + R_2 - h_1 - h_2, \quad (5)$$

$$h_1 = \sqrt{R_1^2 - a^2}, \quad (6)$$

$$h_2 = \sqrt{R_2^2 - a^2}, \quad (7)$$

$$K_H = \frac{P}{\delta} \cdot 1000. \quad (8)$$

Atlikus papildomus skaičiavimus, galima nustatyti maksimalų slėgį ir maksimalius įtempius.

Maksimalus slėgis:

$$p_0 = \sqrt{\frac{P \cdot E^*}{\pi \cdot R}} \quad (9)$$

Vidutinis slėgis:

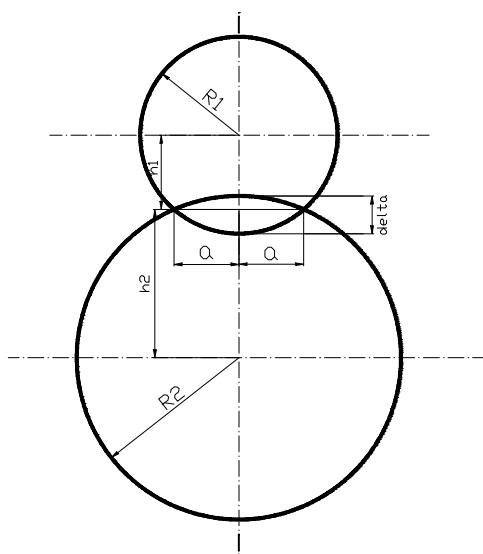
$$p_m = \frac{\pi \cdot p_0}{4} \quad (10)$$

Įtempiai kūnų paviršiuose:

$$\sigma_x = -2 \cdot \nu \cdot p_0; \quad (11)$$

$$\sigma_z = -p_0; \quad (12)$$

$$\sigma_y = -p_0. \quad (13)$$



3 pav. Dviejų cilindrų kontakto schema

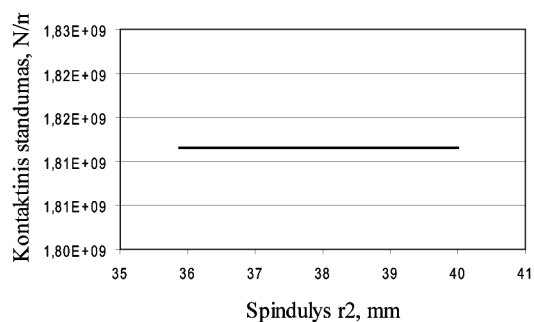
Fig. 3. Contact scheme of two cylinders

Skaitinis pavyzdys ir rezultatų analizė

Pradiniai duomenys:

$\nu_1, \nu_2 = 0,3$ – pirmojo ir antrojo cilindro Puasono koeficientai; $E_1, E_2 = 210 \cdot 10^9$ Pa – pirmojo ir antrojo cilindro tamprumo modulis; $b = 0,01$ m – krumpliaračių plotis; $F = 500$ N – jėga.

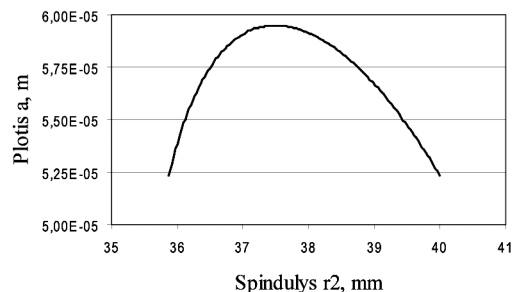
Įrašius pradinis duomenis į 2–8 išraiškas galima stebėti, kad kontaktinis standumas beveik nekinta per visą sukabinimo laiką (nuo pradžios iki pabaigos) (4 pav.). Galima teigti, kad I. Yang (1987) gerai įvertino kontaktinį standumą, nustatęs jį pastovų. Iš 5 pav. galima matyti, kaip kontakto dėmės parametras a (3 pav.) priklauso nuo krumpliaračio padėties – didžiausią reikšmę jis įgyja poliuje.



4 pav. Kontaktinio standumo priklausomybė nuo spindulio

Fig. 4. The dependence of contact stiffness on the radius

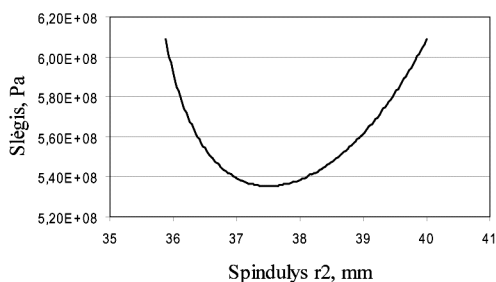
Pagal 9 lygtį apskaičiuojami maksimalūs įtempiai bet kuriame sukabinimo taške. Mažiausias slėgis pasireiškia poliuje, didžiausias – prasidedant ir baigiantis sukabinimui.



5 pav. Kontakto dėmės pločio priklausomybė nuo spindulio

Fig. 5. The dependence of contact patch width on the radius

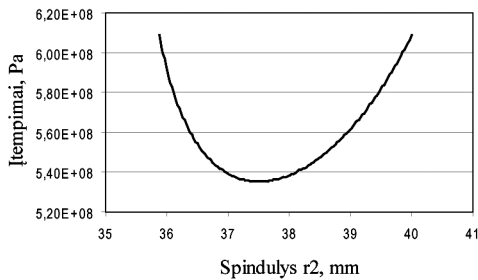
6 pav. pavaizduota slėgio priklausomybė nuo kontakto vietos. Kaip matyti, prasidedant ir baigiantis sukabinimui slėgis yra 14 % didesnis nei poliuje.



6 pav. Slėgio priklausomybė nuo spindulio

Fig. 6. The dependence of pressure on the radius

7 pav. pateikta įtempimų, esančių sąveikaujančių kūnų paviršiuose, priklausomybė z kryptimi. Įtempiai siekia 610 MPa. Kontaktiniai įtempiai būna gerokai didesni už takumo ribą. Tačiau dėl jų medžiaga neyra – tai lemia triašis grynasis gniuždymas (medžiaga iš visų pusių spaudžiama, nėra galimybių plyšiams atsirasti ir plisti). Todėl sąlyčio įtempiai plieno atžvilgiu (arba lestinieji įtempiai) imami maždaug tris kartus didesni už takumo įtempius (Čižas 1993).



7 pav. Įtempių priklausomybė nuo spindulio

Fig. 7. Stress dependence on the radius

Išvados

1. Nustatytas kontaktinis standumas nuo krumplių sukabinimo pradžios iki pabaigos.
2. Nustatytas maksimalus slėgis ir įtempiai nuo krumplių sukabinimo pradžios iki pabaigos. Maksimalus slėgis ir įtempiai būna krumplių sukabinimo pradžioje ir pabaigoje.
3. Projektuojant pavaras reikia atlikti stiprumo skaičiavimus kontakto vietoje, patikrinti, ar įtempiai neviršija maksimalių leistinų kontaktinių įtempimų.

Literatūra

- Atanasiu, V.; Doroftei, I. 2008. Dynamic Contact Loads of Spur Gear Pairs with Addendum Modifications, *European Journal of Mechanical and Environmental Engineering*. 21–26.
- Bogdevičius, M. 2008. *Mechatroninių sistemų ir elementų modeliavimas*. Vilnius: VPU leidykla. 265 p.
- Cheon, G. J. 2007. Nonlinear Behavior Analysis of Spur Gear Pairs With a One-Way Clutch, *Journal of Sound and Vibration* 301: 760–776. doi:10.1016/j.jsv.2006.10.040
- Čižas, A. 1993. *Medžiagų atsparumas: Konstrukcijų elementų mechanika*. Vilnius: Technika. 408 p.
- Fakhfakh, T.; Walha, L.; Louati, J.; Haddar, M. 2005. Effect of manufacturing and assembly defects on two-stage gear system vibration, *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology* 29(9): 1008–1018. doi:10.1007/s00170-005-2602-4
- Frolov, V. K.; Kosarev, O. I. 2003. Control of Gear Vibrations at Their Source, *International Applied Mechanics* 39(1): 49–55. doi:10.1023/A:1023612015873
- He, S.; Cho, S.; Singh, R. 2008. Prediction of Dynamic Friction Forces in Spur Gears Using Alternate Sliding Friction Formulations, *Journal of Sound and Vibration* 309: 843–851. doi:10.1016/j.jsv.2007.06.077
- Hertz, H. 1986 On the contact of rigid elastic solids, and on hardness, *Miscellaneous papers*. London: Macmillian.
- Kieckbusch, T.; Howard, I. 2007. A Common Formula for the Combined Torsional Mesh Stiffness of Spur Gears, in *Proceedings of the 5th Australasian Congress on Applied Mechanics (ACAM 2007)*, Brisbane, Australia, 710–716.
- Litak, G.; Friswell, M. I. 2005. Dynamics of a gear System with Faults in Meshing Stiffness, *Nonlinear Dynamics* 41: 415–421. doi:10.1007/s11071-005-1398-y

Maliha, R.; Dogruer, C. U.; Özgüven, H. N. 2004. Nonlinear Dynamic Modeling of Gear-Shaft-Disk-Bearing Systems Using Finite Elements and Describing Functions, *Journal of Mechanical Design* 126(3): 534–541. doi:10.1115/1.1711819

Mažeika, P. 2008. *Rotorinių su riedėjimo guoliais diagnostikos ir gedimų prevencijos tyrimai*. Kaunas: Technologija. 130 p.

Merritt, H. E. 1935. Worm gear performance, in *Proc. Inst. Mech. Engrs.* 127 p.

Utagawa, M. 1958. Dynamic Loads on Spur Gear Teeth, *The Japan Society of Mechanical Engineers* 1(4): 397–403.

Walha, L.; Fakhfakh, T.; Haddar, M. 2009. Nonlinear Dynamics of a Two-Stage Gear System With Mesh Stiffness Fluctuation, Bearing flexibility and backlash, *Mechanism and Machine Theory* 44(5): 1058–1069. doi:10.1016/j.mechmachtheory.2008.05.008

Yang, D. C. H.; Lin, J. Y. 1987. Hertzian Damping, Tooth Friction and Bending Elasticity in Gear Dynamics, *ASME J. Mech., Transm., Autom. Des.*, 189–169.

Zouari, S., et al. 2007. Three-Dimensional Analyses by Finite Element Method of a Spur Gear: Effect of Cracks in the Teeth Foot on the Mesh Stiffness, *Journal of Failure Analysis and Prevention* 7: 475–481. doi:10.1007/s11668-007-9078-5

RESEARCH ON THE PROBLEM OF SPUR GEAR TEETH CONTACT IN THE CAR GEAR BOX

V. Skrickij

Abstract

The article presents research on the problem of two gear contact in the car gearbox. Contact stiffness is evaluated for the whole period of mesh. Also, contact stresses are evaluated in the contact place. The presented method can be used for calculating spur gear.

Keywords: research, contact stiffness, gearbox, spur gear, contact stresses.